BACCALAUREAT SERIE S

I. COMBINATOIRE ? DENOMBREMENT

Soit E un ensemble de *n* éléments

Nombre de sous-ensembles de p éléments de E : C_n^p

$n! = 1\times 2\times \ldots \times n$

$0! = 1$

$$C_n^p = \binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$C_n^p = C_n^{n-p}$$

$$C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$$

II. PROBABILITES

Si A et B sont incompatibles : $P(A\cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

$P(\Omega) = 1$

$P(\emptyset) = 0$

Si $A_1, \ldots, A_n$ forment une partition de A, $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$.

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \dfrac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}$

Probabilité conditionnelle de A sachant que B est réalisé

$P(A\cap B) = P(A/B)P(B)$

P(A/B) se note aussi $P_B(A)$

Cas où A et B sont indépendants : $P(A\cap B) = P(A)P(B)$

Formule des probabilités totales

Si les événements $B_1, \ldots, B_n$ forment une partition de Ω alors :

$P(A) = P(A\cap B_1) + \ldots + P(A\cap B_n)$

Variable aléatoire

Espérance mathématique : $E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$

Variance : $V(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i (x_i - E(X))^2 = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i^2 - (E(X))^2$

Ecart type : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

III. ALGEBRE

A. Suites arithmétiques, suites géométriques

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$

$u_n = u_0 + na$

$1 + 2 + \ldots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = b\,u_n$

$u_n = u_0\, b^n$

$1+2+\ldots+n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

Si $b \neq 1,\ S_n = 1+b+\ldots+b^n = \dfrac{1-b^{n+1}}{1-b}$

Si $b = 1,\ S_n = 1+b+\ldots+b^n = n+1$.

B. Identités remarquables

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

C. Equation du second degré

Soit a, b et c des nombres réels, $a \neq 0$ et $\Delta = b^2 - 4ac$.

L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet :

si $\Delta > 0$, deux solutions réelles : $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.

si $\Delta = 0$, une solution réelle double : $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$.

si $\Delta < 0$, aucune solution réelle.

si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = \mathrm{a}(x - x_1)(x - x_2)$.

IV. ANALYSE

A. Propriétés algébriques des fonctions usuelles

1. Fonctions logarithme et exponentielle

$\ln(1) = 0$

$\ln(e) = 1$

$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ ($a>0$ et $b>0$)

$\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$ ($a>0$ et $b>0$)

$\ln(a^x) = x\ln(a)$ ($a>0$)

Si $x \in]-\infty, +\infty[$ et $y \in]0, +\infty[$,

$y = \exp(x) = e^x$ équivaut à $x = \ln(y)$

$e^0 = 1$

$e^{(a+b)} = e^a \times e^b$

$e^{(a-b)} = \dfrac{e^a}{e^b}$

$(e^a)^b = e^{ab}$

$a = e^{\ln(a)}$ ($a>0$)

2. Fonctions puissances

$x^\alpha = e^{\alpha\ln(\ )}$ ($x>0$)

$x^0 = 1$

$x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$

Si $n \in \mathbb{N}^*$, $x \in [0, +\infty[$ et $y \in [0, +\infty[$,

$y = \sqrt[n]{x}$ équivaut à $x = y^n$

$x^{\alpha-\beta} = \dfrac{x^\alpha}{x^\beta}$

$(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$

B. Limites usuelles de fonctions

Comportement à l'infini

$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} x^\alpha = +\infty$

Si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} x^\alpha = 0$

Comportement à l'origine

$\lim\limits_{x\to 0} \ln(x) = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{x\to 0} x^\alpha = 0$

Si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{x\to 0} x^\alpha = +\infty$

Croissances comparées à l'infini

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$, n entier naturel

$\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x)}{x} = 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x)}{x^n} = 0$, n entier naturel non nul

C. Dérivées et primitives

Les formules ci-dessous peuvent servir à la fois pour calculer des dérivées et des primitives.

1. Dérivées et primitives des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	Intervalle de validité
k	0	$]-\infty,+\infty[$
x	1	$]-\infty,+\infty[$
x^n, $n\in\mathbb{N}$	nx^{n-1}	$]-\infty,+\infty[$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\frac{1}{x^n}$, $n\in\mathbb{N}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0,+\infty[$
x^α, $\alpha\in\mathbb{R}$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$]0,+\infty[$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$]0,+\infty[$
e^x	e^x	$]-\infty,+\infty[$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$]-\infty,+\infty[$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$]-\infty,+\infty[$

2. Opérations sur les dérivées

$(u+v)' = u'+v'$

$(ku)' = ku'$

$(uv)' = u'v+uv'$

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

$(v\circ u)' = (v'\circ u)\times u'$

$(e^u)' = e^u\, u'$

$(u^\alpha)' = \alpha\, u^{\alpha-1}\, u'$

D. Equations différentielles

Equation	**Solution sur** $]-\infty,+\infty[$
$y' - ay = 0$	$f(x) = k\,e^{ax}$