

BACCALAUREAT SERIES

STI	Arts appliqués
STL	Spécialité biochimie, génie biologique
STT	Spécialités comptabilité et gestion, informatique et gestion

I. STATISTIQUE

Moyenne, variance, écart-type

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

II. PROBABILITES

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(\Omega) = 1$$

$$P(\emptyset) = 0$$

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \frac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$

III. ALGEBRE

A. Suites arithmétiques, suites géométriques

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$

$$u_n = u_0 + na$$

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = b u_n$

$$u_n = u_0 b^n$$

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{Si } b \neq 1, S_n = 1 + b + \dots + b^n = \frac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$$

$$\text{Si } b = 1, S_n = 1 + b + \dots + b^n = n + 1.$$

B. Identités remarquables

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

C. Equation du second degré

Soit a, b et c des nombres réels, $a \neq 0$ et $\Delta = b^2 - 4ac$.

L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet :

si $\Delta > 0$, deux solutions réelles : $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$.

si $\Delta = 0$, une solution réelle double : $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.

si $\Delta < 0$, aucune solution réelle.

si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

IV. ANALYSE

A. Propriétés algébriques des fonctions usuelles

1. Fonctions logarithme et exponentielle

$$\ln(1) = 0$$

$$\ln(e) = 1$$

$$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b) \quad (a > 0 \text{ et } b > 0)$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b) \quad (a > 0 \text{ et } b > 0)$$

$$\ln(a^x) = x \ln(a) \quad (a > 0)$$

Si $x \in]-\infty, +\infty[$ et $y \in]0, +\infty[$,

$y = \exp(x) = e^x$ équivaut à $x = \ln(y)$

$$e^0 = 1$$

$$e^{(a+b)} = e^a \times e^b$$

$$e^{(a-b)} = \frac{e^a}{e^b}$$

$$(e^a)^b = e^{ab}$$

$$a = e^{\ln(a)} \quad (a > 0)$$

2. Fonctions puissances

$$x^\alpha = e^{\alpha \ln(x)} \quad (x > 0)$$

$$x^0 = 1$$

$$x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$$

$$x^{\alpha-\beta} = \frac{x^\alpha}{x^\beta}$$

$$(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$$

Si $n \in \mathbb{N}^*$, $x \in]0, +\infty[$ et $y \in]0, +\infty[$,

$y = \sqrt[n]{x}$ équivaut à $x = y^n$

B. Limites usuelles de fonctions

Comportement à l'infini

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha < 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{x \rightarrow 0} x^\alpha = 0$$

$$\text{Si } \alpha < 0, \lim_{x \rightarrow 0} x^\alpha = +\infty$$

Croissances comparées à l'infini

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty, \quad n \text{ entier naturel}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^n} = 0, \quad n \text{ entier naturel non nul}$$

C. Dérivées et primitives

Les formules ci-dessous peuvent servir à la fois pour calculer des dérivées et des primitives.

1. Dérivées et primitives des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	Intervalle de validité
k	0	$] - \infty, + \infty [$
x	1	$] - \infty, + \infty [$
$x^n, n \in \mathbf{N}$	$n x^{n-1}$	$] - \infty, + \infty [$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$] - \infty, 0[$ ou $] 0, + \infty [$
$\frac{1}{x^n}, n \in \mathbf{N}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$] - \infty, 0[$ ou $] 0, + \infty [$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$] 0, + \infty [$
$x^\alpha, \alpha \in \mathbf{R}$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$] 0, + \infty [$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$] 0, + \infty [$
e^x	e^x	$] - \infty, + \infty [$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$] - \infty, + \infty [$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$] - \infty, + \infty [$

2. Opérations sur les dérivées

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u) \times u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$$

D. Equations différentielles

Equation	Solution sur $] - \infty, + \infty [$
$y' - ay = 0$	$f(x) = k e^{ax}$